Financial mathematics

Formulario

Miguel González Calvo

12 de noviembre de 2025

Índice

Capitalización simple

$$C_n = C_0(1 + i \cdot n)$$

- C_0 capital inicial
- C_n capital final
- n número de períodos
- i tipo de interés

Tantos equivalentes

$$i = I_k \cdot k$$

k frecuencia de capitalización: número de partes iguales en las que se divide el período de referencia

Algunos ejemplos:

- $k = 2$, semestre; i_2 tanto de interés semestral
- $k = 3$, cuatrimestre; i_3 tanto de interés cuatrimestral
- $k = 4$, trimestre; i_4 tanto de interés trimestral
- $k = 12$, mes; i_{12} tanto de interés mensual

Descuento simple

$$D = C_n - C_0$$

D descuento o rebaja

Descuento racional

Se usa usando la capitalización simple: $C_n = C_0(1 + i \cdot n)$ Por tanto:

$$D_r = C_n - C_0 = \frac{C_n \cdot n \cdot i}{1 + n \cdot i}$$

Descuento comercial

Se usa utilizando un tipo de descuento d

$$C_0 = C_n(1 - n \cdot d)$$

d tipo de descuento

Capitalización compuesta

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$

Tantos equivalentes

$$(1 + i) = (1 + i_k)^k$$

Descuento racional

$$D_r = C_n - C_0 = C_n \left[1 - (1 + i)^{-n}\right]$$

Descuento comercial

$$D_c = C_n - C_0 = C_n \left[1 - (1 + d)^n\right]$$

Rentas

Clasificación:

- Según cuantía de los términos:
  - Constante
  - Variable
    - Progresión geométrica
    - Progresión aritmética
- Según el número de términos:
  - Temporal
  - Perpetua
- Según el vencimiento del término:
  - Pospagable
  - Prepagable

Temporal

Pospagable

Unitaria:

$$a_{n,i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Geométrica: $A(C;q)_{n,i}$

- si $q \neq 1+i$:

$$C\frac{1-\left(\frac{q}{1+i}\right)^n}{1+i-q}$$

- si $q = 1+i$:

$$\frac{C\cdot n}{1+i}$$

Aritmética:

$$A(C,d)_{n,i} = \left(C+\frac{d}{i}+dn\right)a_{n,i} - \frac{dn}{i}$$

Prepagable

Unitaria:

$$\ddot{a}_{n,i} = (1+i)a_{n,i}$$

Geométrica:

$$\ddot{A}(C;q)_{n,i} = (1+i)A(C;q)_{n,i}$$

Aritmética:

$$\ddot{A}(C;d)_{n,i} = (1+i)A(C;d)_{n,i}$$

Otras

Diferida:

$$(1+i)^{-k} a_{n,i}$$

Anticipada:

$$(1+i)^{h} S_{n,i}$$

Perpetua

Prepagable

Unitaria:

$$a_{\infty,i} = \frac{1}{i}$$

Geométrica:

- si $q < 1 + i$:

$$A(c;q)_{\infty,i} = \frac{C}{1+i-q}$$

- si $q \geq 1 + i$: ∞

Aritmética:

$$A(c;d)_{\infty,i} = \left(C + \frac{d}{i}\right)\frac{1}{i}$$

Pospagable

Unitaria:

$$\ddot{a}_{\infty,i} = (1+i)a_{\infty.i} = \frac{1+i}{i}$$

Geométrica:

$$\ddot{A}(C;q)_{\infty,i} = (1+i)A(C;q)_{\infty,i}$$

Aritmética:

$$\ddot{A}(C;d)_{\infty,i} = (1+i)A(C;d)_{\infty,i}$$

Préstamos

Magnitudes:

- C_0 importe del préstamo
- n número de pagos
- i tipo de interés efectivo
- a_k término amortizativo al final del período k
- I_k cuota de interés del período k
- A_k cuota de amortización en el momento k

- C_k capital pendiente de amortización en el momento k
- m_k capital total amortizado al final del período k

Generalidades

$$a_k = I_k + A_k$$

$$m_k = A_1 + A_2 + \cdots + A_k$$

$$I_k = C_{k-1} i$$

$$C_0 = A_1 + A_2 = \cdots + A_n$$

$$C_k = A_{k+1} + A_{k+2} + \cdots + A_n$$

$$C_k = C_0 - m_k$$

Método francés

Definición: pagos pospagables, $a_k = a$

$$C_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_{k+1} = A_k(1+i)$$

$$A_{k+1} = A_1(1+i)^k$$

$$A_1 = \frac{C_0 \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_k = A_1(1+i)^{k-1}$$

$$m_k = A_1\frac{(1+i)^k - 1}{i}$$

$$C_k = C_0(1+i)^k - a\frac{(1+i)^k - 1}{i}$$

$$C_k = a\frac{1-(1+i)^{k-n}}{i}$$

Método italiano

Definición: pagos pospagables, $A_k = A$

$$A = \frac{C_0}{n}$$

$$m_k = A_1 + A_2 + \cdots + A_k = A \cdot k$$

$$C_k = C_0 - k \cdot A$$

$$C_k = (n-k)A$$

Método americano

Definición:

- Pagos pospagables de intereses $a_k = C_0 \cdot i$ para $k = 1, 2, \ldots, n-1$
- Último pago: intereses y principal $a_n = C_0(1+i)$

$$C_k = C_0 \ \forall k \neq n$$

Gestión de riesgo

Tipo spot, tipo forward

TIR

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{\text{Valor reembolso}}{(1+r)^n}$$

- P precio de mercado
- C_t cupón del período t
- r TIR

Duración McAulay

$$D = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t t}{1 + TIR^t}$$

- P precio del bono
- F_t Flujo del período t (cupones y principal)
- TIR tipo de interés del mercado
- n número de períodos hasta vencimiento

Duración modificada

$$D^* = \frac{D}{1 + TIR}$$